

令和5年度学校推薦型選抜 入学試験問題

小論文 A

理学部 理学科

数学・情報数理コース

注意事項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、3ページ（表紙、白紙を除く）です。試験開始後、確認してください。
- ③ 問題は、**1** から **3** まで3問あります。すべてに解答しなさい。
- ④ 解答は、別紙の解答用紙に記入しなさい。
- ⑤ 受験番号は、解答用紙の指定の欄に用紙ごとに正しく記入しなさい。
- ⑥ 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示しなさい。

1 i を虚数単位とする。 $\alpha = 2 + 2i$, $\beta = 1 - i$ とし、複素数平面上で α, β を表す点をそれぞれ A, B とする。以下の各問に答えよ。ただし、複素数 z に対して、その偏角を $\arg z$ で表す。

(1) $\alpha z_1 = 8$ を満たす複素数 z_1 を求めよ。

(2) 点 A を中心に点 B を $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数 z_2 を求めよ。

(3) $\arg(z_3 - 1) = \frac{\pi}{4}$ かつ $|z_3| = \sqrt{13}$ を満たす複素数 z_3 を求めよ。

(4) z_1, z_2, z_3 をそれぞれ (1), (2), (3) で求めたものとする。複素数平面上で z_1, z_2, z_3 を表す点をそれぞれ C, D, E とする。五角形 ABCDE の面積 S を求めよ。

2 $f(x) = e^{-\sin x} \cos x + \frac{1}{e} \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$ とする。以下の各問に答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

- (1) 導関数 $f'(x)$ と第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq \pi$ のとき、不等式 $f'(x) \leq 0$ が成り立つことを証明せよ。
- (3) 区間 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において、 x 軸、 y 軸および曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

3 1個のさいころを2回続けて投げ、1回目に出た目を a 、2回目に出た目を b とするとき、座標平面上に点 (a, b) をとるものとする。また、円 $x^2 + y^2 = 5$ を C とする。以下の各問に答えよ。

- (1) 点 (a, b) を通り円 C に接する直線が存在しないような組 (a, b) は何通りあるか。また、ただ1つ存在するような組 (a, b) は何通りあるか。
- (2) $ab = 3$ のとき、点 (a, b) を通り円 C に接する直線の傾きを m とする。 m のとり得る値をすべて求めよ。
- (3) 点 (a, b) を通り円 C に接する直線の傾きが有理数となるような組 (a, b) は何通りあるか。