令和６年度　総合型選抜　入学試験問題

小 論 文 C

工 学 部

（都市システム工学科）

解 答 例

⑤ 解答用紙（その 1），（その 2），（その 3），（その 4）には，それぞれ問題 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の解答を記述しなさい。

$\boxed{1}$

問 1. $a\cdot(-b)\cdot(-2c)+a\cdot c\cdot 3b+b\cdot 2a\cdot(-2c)+b\cdot c\cdot a+c\cdot 2a\cdot 3b+c\cdot(-b)\cdot a=(2+3-4+1+6-1)abc=\underline{7abc}$

問 2. 求めるものは $(8+16+\cdots+1024)-8$ である。$S=8+16+32+\cdots+1024$ とおくと, $2S=16+32+\cdots+1024+2048$ であるから辺々引くと, $S=2048-8=2040$ となる。よって, 答えは $2040-8=\underline{2032}$ である。

問 3. 一般に $\log_{a^r} b^r=\log_a b$ が成り立つから, $\log_{\sqrt{5}}\sqrt{2}=\log_5 2$, $\log_{27}125=\log_3 5$ が成り立つ。よって,

$$\log_2 9\cdot\log_{\sqrt{5}}\sqrt{2}\cdot\log_{27}125=2\log_2 3\cdot\log_5 2\cdot\log_3 5=2\log_2 3\cdot\frac{\log_2 2}{\log_2 5}\cdot\frac{\log_2 5}{\log_2 3}=\underline{2}$$

問 4. 題意を満たすのは, 出る目の数字の組が $(1,2,6),(1,3,5),(1,4,4),(2,2,5),(2,3,4),(3,3,3)$ の場合であるから, 求める確率は

$$\frac{3\times 3!+2\times 3+1}{6^3}=\frac{18+6+1}{216}=\underline{\frac{25}{216}}$$

問 5. $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ となる実数 k が存在する $\Leftrightarrow(x,11,z)-(1,2,4)=k\{(2,5,6)-(1,2,4)\}\Leftrightarrow x-1=k$, $11-2=3k$, $z-4=2k$ より, $k=3$, $\underline{x}=1+k\underline{=4}$, $\underline{z}=4+2k\underline{=10}$ となる。

$\boxed{2}$

問 1. $z=(1+i)^3=2i(1+i)=-2+2i=2\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)=\underline{2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)}$

問 2. (与式)$=\lim_{x\to\infty}\sqrt{\frac{x^2-2x-3}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}=\underline{1}$

問 3. $f'(x)=\left(\frac{2-(1+x^2)}{1+x^2}\right)'=\left(\frac{2}{1+x^2}-1\right)'=2\big((1+x^2)^{-1}\big)'=2\cdot(-1)\cdot(1+x^2)^{-2}\cdot 2x=\underline{\frac{-4x}{(1+x^2)^2}}$

問 4. (i) (与式)$=\int_0^1(e^{3x}+e^{-x})dx=\left[\frac{1}{3}e^{3x}-e^{-x}\right]_0^1=\frac{1}{3}(e^3-1)-(e^{-1}-1)=\underline{\frac{1}{3}e^3-\frac{1}{e}+\frac{2}{3}}$

(ii) (与式)$=\int_0^1\sqrt[3]{1-x}\ dx+\int_1^9\sqrt[3]{x-1}\ dx=\int_0^1(1-x)^{\frac{1}{3}}\ dx+\int_1^9(x-1)^{\frac{1}{3}}\ dx$

$=\left[-\frac{3}{4}(1-x)^{\frac{4}{3}}\right]_0^1+\left[\frac{3}{4}(x-1)^{\frac{4}{3}}\right]_1^9=-\frac{3}{4}(0-1)+\frac{3}{4}(8^{\frac{4}{3}}-0)=\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\cdot 16=\underline{\frac{51}{4}}$

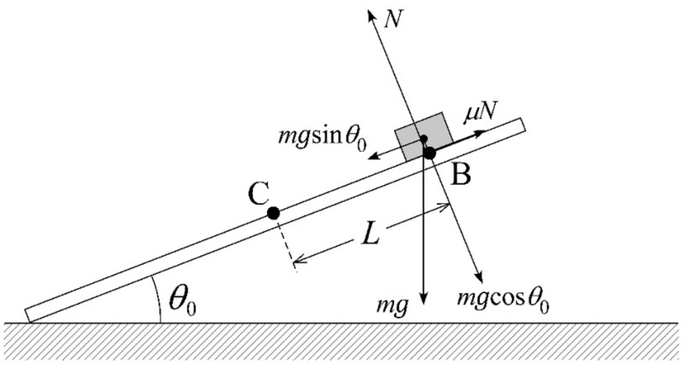
3

問１． 斜面の傾き角度がθ_0で物体が滑り出す直前では，物体に働いている力は釣り合っている。物体に働く垂直抗力をNとすると

斜面方向における力の釣り合いより　$mg\sin\theta_0 = \mu N$

斜面に垂直方向における力の釣り合いより　$mg\cos\theta_0 = N$

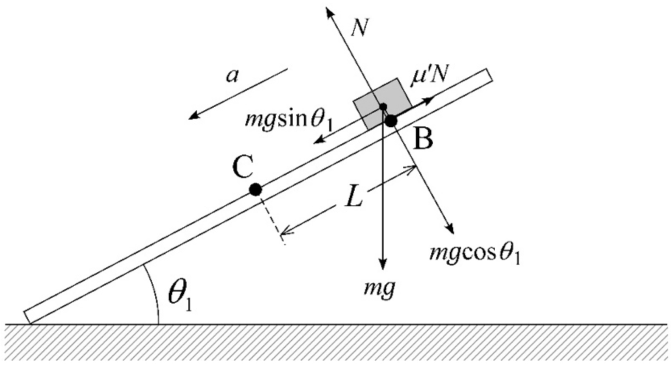
これらの式よりNを消去すると，　$\mu = \tan\theta_0$



問２．斜面方向の運動方程式は　$ma = mg\sin\theta_1 - \mu' N$

斜面に垂直方向の力のつりあいの式は　$mg\cos\theta_1 = N$

これらよりNを消去すると，　$a = g(\sin\theta_1 - \mu'\cos\theta_1)$



問３． 問２の答えから等加速度直線運動であることがわかるので，変位 x，加速度a，速度v, v_0の関係を表す公式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$$v^2 - 0 = 2aL$$

これより，$v = \sqrt{2aL}$ なので，問２のaを代入すると

$$v = \sqrt{2gL(\sin\theta_1 - \mu'\cos\theta_1)}$$

（別解） 初期変位，初速は共に０である条件の下で，aは定数なので $v = at$

これよりさらに，$L = \frac{1}{2}at^2$

２式からtを消去すると，$v = \sqrt{2aL}$となり，問２のaを代入すると同じ答えとなる。

問４．①

理由： 問２で求めたように斜面上では等加速度直線運動となる。v-tグラフの傾きが加速度aであるから，傾きが一定の直線でなければならない。よって，①か②のどちらかが正解である。②，④のように点Ｃで速さが急に変化することはない。したがって，正解は①である。

4

問 1.　コックを閉じた状態では，容器 A，B でそれぞれ，下記の理想気体の状態方程式が成立する。

容器 A：　$P_A \times 2V = 5n \times R \times 2T$

容器 B：　$P_B \times V = 4n \times R \times T$

したがって，　$P_A = \dfrac{5nRT}{V}$ [Pa]　　　$P_B = \dfrac{4nRT}{V}$ [Pa]

問 2.　単原子分子の理想気体なので，容器 A，B でそれぞれ，

$$（気体の内部エネルギー）= \frac{3}{2}（物質量）\times（気体定数）\times（絶対温度）$$

が成立する。したがって，

$U_A = \dfrac{3}{2} \times 5n \times R \times 2T = 15nRT$ [J]

$U_B = \dfrac{3}{2} \times 4n \times R \times T = 6nRT$ [J]

問 3.　コックを開くと断熱状態を保ちながら気体が容器 A，B 間を移動する。この過程は断熱過程で，かつ仕事は 0 なので，熱力学第 1 法則の式

（気体の内部エネルギーの変化 ΔU）
＝（気体が受け取った熱量 Q）＋（気体がされた仕事 W）

より，コックを開く前と開いた後で，気体の内部エネルギーは変化しない。よって，次の内部エネルギー保存の式が成り立つ。

$U_A + U_B = \dfrac{3}{2}(5n + 4n)RT'$

$15nRT + 6nRT = \dfrac{27}{2}nRT'$

したがって，　$T' = \dfrac{14}{9}T$ [K]

問 4.　コックが開いた後なので，容器 A と B を1つの容器と考え，問3の結果を状態方程式に代入して，

$P'(3V) = 9nRT' = 9nR\dfrac{14}{9}T$

したがって，　$P' = \dfrac{14nRT}{3V}$ [Pa]

問 5.　コックを開いた後は，容器 A と B が1つにつながり，容積 $3V$ [m^3] の中に $9n$ [mol] の気体が均一に広がることになる。このときの容器 A，B 内の気体の物質量は，それぞれの容積比を使って下記のように求めることができる。

容器 A：$9n \times \dfrac{2V}{3V} = 6n$　　物質量の変化は $6n - 5n = n$

容器 B：$9n \times \dfrac{V}{3V} = 3n$　　物質量の変化は $3n - 4n = -n$

したがって，容器 A は n [mol] 増加し，　容器 B は n [mol] 減少した。