

# 令和6年度前期日程入学試験問題

## 数 学 B

### 理 学 部

#### 注 意 事 項

- ① 試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 問題冊子は、3ページあります(表紙、白紙を除く)。
- ③ 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- ④ 問題は、**1**から**3**まで3問あります。すべてに解答しなさい。
- ⑤ 解答は、解答用紙(別紙、計3枚)に記入しなさい。
- ⑥ 解答用紙の指定の欄に、受験番号を記入しなさい。
- ⑦ 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示しなさい。

## 数 学 B

1 原点を  $O$  とする座標平面において、点  $P$  が曲線  $C_1 : y = \log x$  上を動くとき、線分  $OP$  の中点  $Q$  が描く曲線を  $C_2$  とする。 $y \geq 0$  の範囲で、2つの曲線  $C_1, C_2$  と  $x$  軸で囲まれた図形を  $D$  とする。以下の各問に答えよ。ただし、対数は自然対数とし、図形  $D$  は境界線を含むものとする。

- (1) 曲線  $C_2$  の方程式を求めよ。
- (2) 曲線  $C_1$  と曲線  $C_2$  の交点の座標を求め、図形  $D$  を図示せよ。
- (3) 図形  $D$  の面積  $S$  を求めよ。
- (4) 図形  $D$  を  $y$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積  $V$  を求めよ。

2 数列  $\{a_n\}$  を次の条件によって定める。

$$a_1 = 2024, \quad a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の各問に答えよ。

- (1)  $b_n = na_n$  とする。数列  $\{b_n\}$  の一般項と数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (2)  $a_n$  の値が整数となるような  $n$  の個数を求めよ。
- (3)  $|a_n|$  の最小値を求めよ。

**3** 半径1の円に内接する正八角形において、その8つの頂点のうちの1つをAとする。1個のさいころを1回投げ、出た目が $x$ ならば、正八角形の8つの頂点のうちAから反時計回りに $x$ 個先にあるものをBとする。さらに、1個のさいころを1回投げ、出た目が $y$ ならば、正八角形の8つの頂点のうちBから反時計回りに $y$ 個先にあるものをCとする。以下の各問に答えよ。ただし、正八角形が円に内接するとは、正八角形のすべての頂点はその円周上にあることをいう。

- (1) 3点A, B, Cが三角形の3つの頂点となる確率 $p_1$ を求めよ。
- (2) 3点A, B, Cが直角三角形の3つの頂点となる確率 $p_2$ を求めよ。
- (3) 3点A, B, Cが三角形の3つの頂点となるとき、その三角形の面積を $S$ とする。 $S$ のとり得る値をすべて求めよ。また、 $S$ のとり得る値の最大値を求めよ。